

آزمون کروسکال- والیس

1-1 خلاصه

آزمون کروسکال - والیس¹ زمانی مورد استفاده قرار می گیرد که یک متغیر اسمی² و یک متغیر رتبه دار³ در اختیار باشد و قصد داشته باشیم که میانگین رتبه ها در بین گروه ها را مورد بررسی قرار دهیم.

1-2 موارد کاربردی

متداولترین کاربرد این آزمون زمانی هست که یک متغیر اسمی و یک متغیر اندازه گیری، درست به مانند زمانی که از تحلیل واریانس یک طرفه⁴ استفاده می شود، در دسترس باشد با این تفاوت که متغیر اندازه گیری از فرض نرمال پذیری تحلیل واریانس پیروی ننماید.

آزمون کروسکال-والیس یک آزمون ناپارامتری است. بدین معنا که فرض آن که داده ها به توزیعی تعلق دارند که می تواند کاملاً با پارامترهای میانگین و انحراف استاندارد تعریف شود (به طریقی که توزیع نرمال می تواند)، برقرار نمی باشد. در نتیجه به مانند بسیاری از آزمون های ناپارامتری این آزمون نیز بر داده های رتبه دار اعمال می گردد. در نتیجه اگر داده های شما از نوع اندازه گیری است، لازم است تا داده های اندازه گیری در کل مجموعه داده ها رتبه بندی گردد. بدین ترتیب کوچکترین عدد رتبه 1 را می گیرد، بعدی رتبه 2 و تا به آخر.

آزمون کروسکال- والیس در مقایسه با تحلیل واریانس از ویژگی هایی برخوردار است که نگارنده لازم می داند توجه مخاطب را به آن ها جلب نماید تا گزینش آزمون برای تحلیل داده ها به درستی صورت گیرد:

1- استفاده از رتبه به جای مقادیر اصلی به از دست رفتن اطلاعات منجر می گردد.

2- تحلیل واریانس یک طرفه به انحراف از نرمال پذیری چندان حساس نیست.

3- در تحلیل واریانس، فرض بر یکسانی واریانس درون گروهی می باشد (همسانی واریانس⁵). در آزمون کروسکال- والیس فرض می گردد که گروه های مختلف از یک توزیع پیروی می کنند. در نتیجه اگر داده های شما از ویژگی ناهمسانی واریانس برخوردار است، عملکرد آزمون کروسکال-والیس بهتر از آزمون واریانس یک طرفه نخواهد بود (در این حالت تحلیل واریانس ویش⁶ پیشنهاد می گردد).

از این رو، چنانچه داده های اصلی خود شامل یک متغیر رتبه دار و یک متغیر اسمی باشد استفاده از تحلیل واریانس یک طرفه مجاز نبوده و تنها بایستی از آزمون کروسکال- والیس استفاده نمود.

فرضیه صفر

آزمون صفر در آزمون کروسکال- والیس عبارت است از:

"میانگین رتبه ها ی گروه ها یکسان می باشند".

¹ Kruscal – Wallis Test

² nominal

³ ranked

⁴ One - way anova

⁵ homoskedasticity

⁶ Welch's anova

در مورد آزمون صفر نکته ای وجود دارد که نگارنده لازم می داند توجه مخاطب را به آن ها جلب نماید تا تفسیر نتیجه آزمون برای تحلیل داده ها به درستی صورت گیرد:

- 1- گاهی اوقات بیان می گردد که فرضیه صفر به بررسی یکسان بودن توزیع نمونه های جوامع آماری می پردازد. این تفسیر می تواند اندکی گمراه کننده باشد. زیرا این آزمون تا حدودی می تواند اختلاف بین دو توزیع رانشاسایی نماید. برای مثال اگر دو توزیع متقارن بوده و پارامتر مرکزی یکسان داشته ولی یک توزیع از دیگری پهن تر باشد، آزمون کروسکال-والیس قادر به تشخیص تفاوت دو توزیع نبوده و فرضیه صفر رد خواهد شد.
- 2- اغلب گفته می شود که آزمون صفر برابری میانه ها را مورد بررسی قرار می دهد. این مطلب تازمانی درست است که شکل دو توزیع از هر گروه نمونه ها همسان باشد. در غیر این صورت اگر میانه ها یکسان باشند اما توزیع ها متفاوت باشند، فرضیه صفر رد می گردد.

نکات بیان شده با استفاده از مثال زیر مورد تایید قرار می گیرد:

سه گروه زیر دارای میانگین و میانه برابر هستند (27/5 و 43/5). اما میانگین رتبه های آن ها متفاوت بوده و به ترتیب عبارتند از 34/6، 27/5 و 20/4 که منجر به معنی داری آزمون کروسکال-والیس با $p\text{-value}=0/025$ می گردد.

گروه 1	گروه 2	گروه 3
1	10	19
2	11	20
3	12	21
4	13	22
5	14	23
6	15	24
7	16	25
8	17	26
9	18	27
46	37	28
47	58	65
48	59	66
49	60	67
50	61	68
51	62	69
52	63	70
53	64	71
342	193	72

نحوه محاسبه آزمون

آزمون H یا کروسکال-والیس، تعمیم آزمون برای مقایسه چند گروه می باشد. برای محاسبه این آزمون مانند آزمون U، ابتدا اعضای گروه ها را ادغام نموده و سپس به صورت صعودی مرتب کرده و رتبه بندی می گردد. چنانچه برخی از اعضا یکسان باشند به هریک، میانگین رتبه های آن ها را نسبت دهید. سرانجام مجموع رتبه های هر گروه را بدست آورده و از فرمول زیر، آماره آزمون را محاسبه نمایید:

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1)$$

که در آن k تعداد گروه ها، تعداد اعضای گروه n_i و R_i مجموع رتبه های هر گروه می باشد. چنانچه حجم نمونه حداقل برابر 5 باشد، آماره H از توزیع χ^2 دو (کای دو) بادرجه آزادی $k - 1$ تبعیت می کند.

مثال

تعداد اشتباهات تایپی 3 حروف نگار مورد شمارش قرار گرفته است که اطلاعات آن در جدول زیر ارائه شده است. با استفاده از آزمون کروسکال-والیس بررسی نمایید که آیا تفاوت معنی داری بین اشتباهات این 3 نفر وجود دارد؟

حروف نگار 1	حروف نگار 2	حروف نگار 3
5	9	8
11	6	10
3	14	12
7	9	3
5	9	15
13	11	8

رتبه	حروف نگار	اشتباهات مرتب شده
18	3	15
17	2	14
16	1	13
15	3	12
13/5	2	11
13/5	1	11
12	3	10
10	2	9
10	2	9
10	2	9
7/5	3	8
7/5	3	8
6	1	7
5	2	6
3/5	1	5
3/5	1	5
1/5	3	3
1/5	1	3

ابتدا لازم است تا اعداد رتبه بندی گردد که در جدول زیر ارائه شده است:

سپس مجموع رتبه برای گروه های مختلف محاسبه می گردد:

$$n_1=6, n_2=6, n_3=6, R_1=44, R_2=65/5, R_3=61/5$$

$$H = \frac{12}{18(18+1)} \sum_{i=1}^k \frac{44^2}{6} + \frac{65/5^2}{6} + \frac{61/5^2}{6} - 3(18+1) = 1/38$$

حال جهت اظهار نظر در مورد فرضیه صفر آماره آزمون رارا با مقدار بحرانی χ^2 دو در سطح مرسوم معنی داری یعنی $\alpha = 0/05$

و بادرجه آزادی $df=3-1=2$ مقایسه می نمایم. از آنجا که آماره $H (1/38)$ از مقدار بحرانی جدول $(5/99)$ کوچکتر است، فرضیه صفر رد نمی گردد و در نتیجه به لحاظ آماری اشتباهات هر سه نفر تفاوت معنی داری از یکدیگر ندارد.